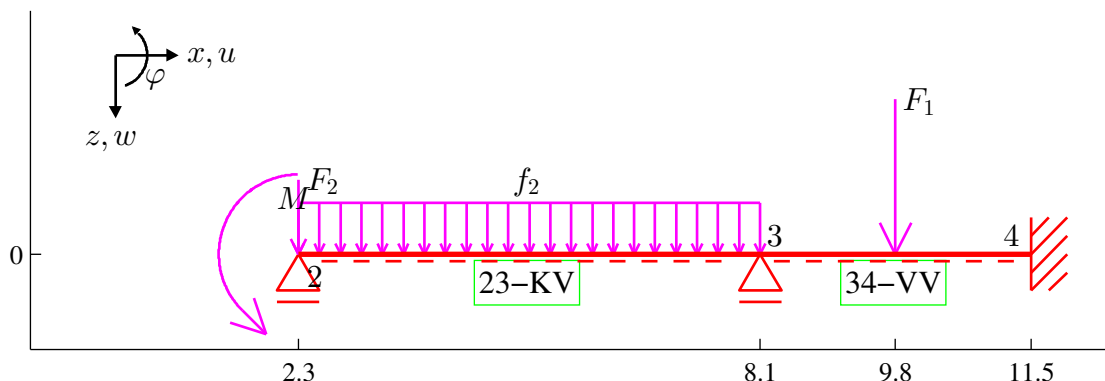


Pomocí zjednodušené deformační metody určete a vykreslete průběhy vnitřních sil (M, V, N) na zadané konstrukci (Obr. ??). Všechny pruty mají obdélníkový průřez o rozměrech 20 x 30 cm (šířka x výška) a jsou vyrobeny z materiálu, jehož modul pružnosti je $E = 20 \text{ GPa}$. Konstrukce je zatížena silou $F_1 = 13 \text{ kN}$ a $F_2 = 6.21 \text{ kN}$, momentem $M = 7.1415 \text{ kN}$ a rovnoměrným spojitým zatížením $f_1 = 2.7 \text{ kN/m}$ a $f_2 = 6.4 \text{ kN/m}$. (Jednotky použité pro výpočet jsou m, rad, kN, kNm, kPa.)



Obrázek 1: Schéma konstrukce a zatížení

Při použití zjednodušené deformační metody, tedy za předpokladu nekonečné normálové tuhosti jednotlivých prutů, zredukujeme počet neznámých použitím následujících identit:

$$u_2 = u_3 = u_4 = 0$$

Za základní neznámou tedy zvolíme φ_3 .

Sestavení podmínek rovnováhy:

- Momentová podmínka rovnováhy

$$M_{32} + M_{34} = 0 \quad \begin{array}{c} \curvearrowright \\ \text{---} \end{array} M_{32} \quad M_{34}$$

Koncové síly a momenty vyjádřené v závislosti na koncových posunech a pootočeních.

Prut 23-KV (z hlediska tahu-tlaku staticky určitá část konstrukce)

- Vztahy zapsané v lokální souřadnicové soustavě:

$$\begin{aligned}
Z_{23}^l &= -\frac{3 L_{23} f_{2z}}{8} + \frac{b_{23} F_{2z} \left(\frac{a_{23} (L_{23} + a_{23})}{2 L_{23}^2} - 1 \right)}{L_{23}} - \frac{M \left(\frac{L_{23}^2 - 3 a_{23}^2}{2 L_{23}^2} + 1 \right)}{L_{23}} - \frac{3 k_{23} \left(2 \varphi_3 - \frac{2 w_2^l - 2 w_3^l}{L_{23}} \right)}{4 L_{23}} \\
&= -\frac{348}{25} - \frac{621}{100} - \frac{42849}{23200} - 401.3 \varphi_3 \\
M_{23} &= 0 + 0 + 0 + 0 \\
&= 0 + 0 + 0 + 0 \\
Z_{32}^l &= -\frac{5 L_{23} f_{2z}}{8} - \frac{a_{23} F_{2z} \left(\frac{b_{23} (L_{23} + a_{23})}{2 L_{23}^2} + 1 \right)}{L_{23}} + \frac{M \left(\frac{L_{23}^2 - 3 a_{23}^2}{2 L_{23}^2} + 1 \right)}{L_{23}} + \frac{3 k_{23} \left(2 \varphi_3 - \frac{2 w_2^l - 2 w_3^l}{L_{23}} \right)}{4 L_{23}} \\
&= -\frac{116}{5} + 0 + \frac{42849}{23200} + 401.3 \varphi_3 \\
M_{32} &= -\frac{L_{23}^2 f_{2z}}{8} - \frac{a_{23} b_{23} F_{2z} (L_{23} + a_{23})}{2 L_{23}^2} + \frac{M (L_{23}^2 - 3 a_{23}^2)}{2 L_{23}^2} + \frac{3 k_{23} \left(2 \varphi_3 - \frac{2 w_2^l - 2 w_3^l}{L_{23}} \right)}{4} \\
&= -\frac{3364}{125} + 0 + \frac{14283}{4000} + 2328 \varphi_3
\end{aligned}$$

- Vztahy pro transformaci do globální souřadnicové soustavy:

$$\begin{aligned}
X_{23} &= X_{23}^l & u_2^l &= u_2 \\
Z_{23} &= Z_{23}^l & w_2^l &= w_2 \\
X_{32} &= X_{32}^l & u_3^l &= u_3 \\
Z_{32} &= Z_{32}^l & w_3^l &= w_3
\end{aligned}$$

Prut 34-VV ($k_{34} = 2E_{34}I_{34}/L_{34} = 2647 \text{ kNm}$):

- Vztahy zapsané v lokální souřadnicové soustavě:

$$\begin{aligned}
Z_{34}^l &= \frac{b_{34} F_{1z} \left(\frac{a_{34} (a_{34} - b_{34})}{L_{34}^2} - 1 \right)}{L_{34}} - \frac{k_{34} \left(3 \varphi_3 + 3 \varphi_4 - \frac{6 w_3^l - 6 w_4^l}{L_{34}} \right)}{L_{34}} \\
&= -\frac{13}{2} - 2336 \varphi_3 \\
M_{34} &= \frac{a_{34} b_{34}^2 F_{1z}}{L_{34}^2} + k_{34} \left(2 \varphi_3 + \varphi_4 - \frac{3 w_3^l - 3 w_4^l}{L_{34}} \right) \\
&= \frac{221}{40} + 5294 \varphi_3 \\
Z_{43}^l &= -\frac{a_{34} F_{1z} \left(\frac{b_{34} (a_{34} - b_{34})}{L_{34}^2} + 1 \right)}{L_{34}} + \frac{k_{34} \left(3 \varphi_3 + 3 \varphi_4 - \frac{6 w_3^l - 6 w_4^l}{L_{34}} \right)}{L_{34}} \\
&= -\frac{13}{2} + 2336 \varphi_3 \\
M_{43} &= -\frac{a_{34}^2 b_{34} F_{1z}}{L_{34}^2} + k_{34} \left(\varphi_3 + 2 \varphi_4 - \frac{3 w_3^l - 3 w_4^l}{L_{34}} \right) \\
&= -\frac{221}{40} + 2647 \varphi_3
\end{aligned}$$

- Vztahy pro transformaci do globální souřadnicové soustavy:

$$\begin{aligned} X_{34} &= X_{34}^l & u_3^l &= u_3 \\ Z_{34} &= Z_{34}^l & w_3^l &= w_3 \\ X_{43} &= X_{43}^l & u_4^l &= u_4 \\ Z_{43} &= Z_{43}^l & w_4^l &= w_4 \end{aligned}$$

Po dosazení koncových sil do podmínky rovnováhy dostaneme rovnici:

$$7622 \varphi_3 - 17.82 = 0$$

Vyřešením rovnice o jedné neznámé obdržíme hodnotu deformace

$$\varphi_3 = 0.002338 \text{ rad}$$

Po dosazení vypočtených posunů a pootočení zjistíme koncové příčné síly a momenty na prutech. Podélné koncové síly na prutech lze následně dopočítat ze silových podmínek rovnováhy ve styčnicích.

Prut 23:

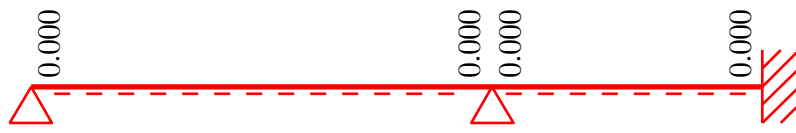
$$\begin{aligned} X_{23}^l &= 0.000 \text{ kN} \\ Z_{23}^l &= -22.915 \text{ kN} \\ M_{23} &= 0.000 \text{ kNm} \\ X_{32}^l &= 0.000 \text{ kN} \\ Z_{32}^l &= -20.415 \text{ kN} \\ M_{32} &= -17.900 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Prut 34:

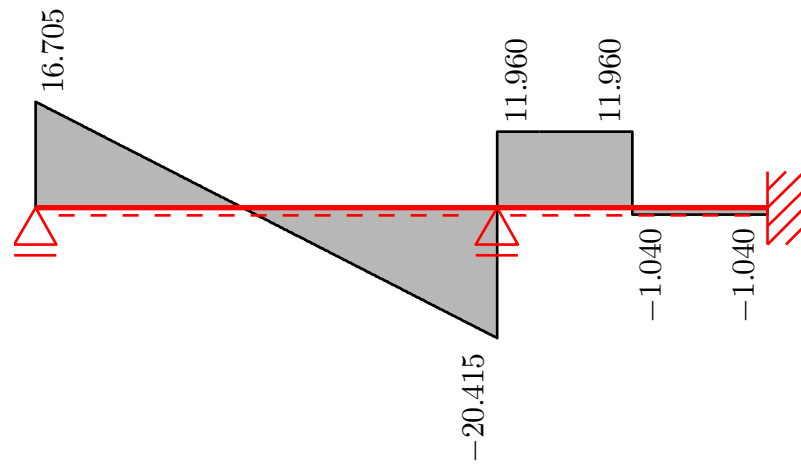
$$\begin{aligned} X_{34}^l &= 0.000 \text{ kN} \\ Z_{34}^l &= -11.960 \text{ kN} \\ M_{34} &= 17.900 \text{ kNm} \\ X_{43}^l &= 0.000 \text{ kN} \\ Z_{43}^l &= -1.040 \text{ kN} \\ M_{43} &= 0.663 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Na základě takto určených hodnot koncových sil vykreslíme příslušné průběhy vnitřních sil.

- Normálové síly N [kN]



- Posouvající síly V [kN]



- Ohybové momenty M [kNm]

